M1 informatique : Traitement du signal et des images

Épreuve de contrôle continu - Durée : 1h30

16 novembre 2018

Documents, calculatrices et téléphones interdits.

Les exercices peuvent être traités dans l'ordre qui vous conviendra, mais ne dispersez pas les réponses d'un même exercice dans la copie.

1 Questions de cours signaux 1D (5,5 points)

NB : Ces questions appellent des réponses assez courtes, mais clairement justifiées.

a) Sur la figure 1 sont représentés deux signaux temporels, 1 et 2, et deux spectres d'amplitude, A et B. Indiquer quel spectre peut correspondre à quel signal, en justifiant votre réponse.

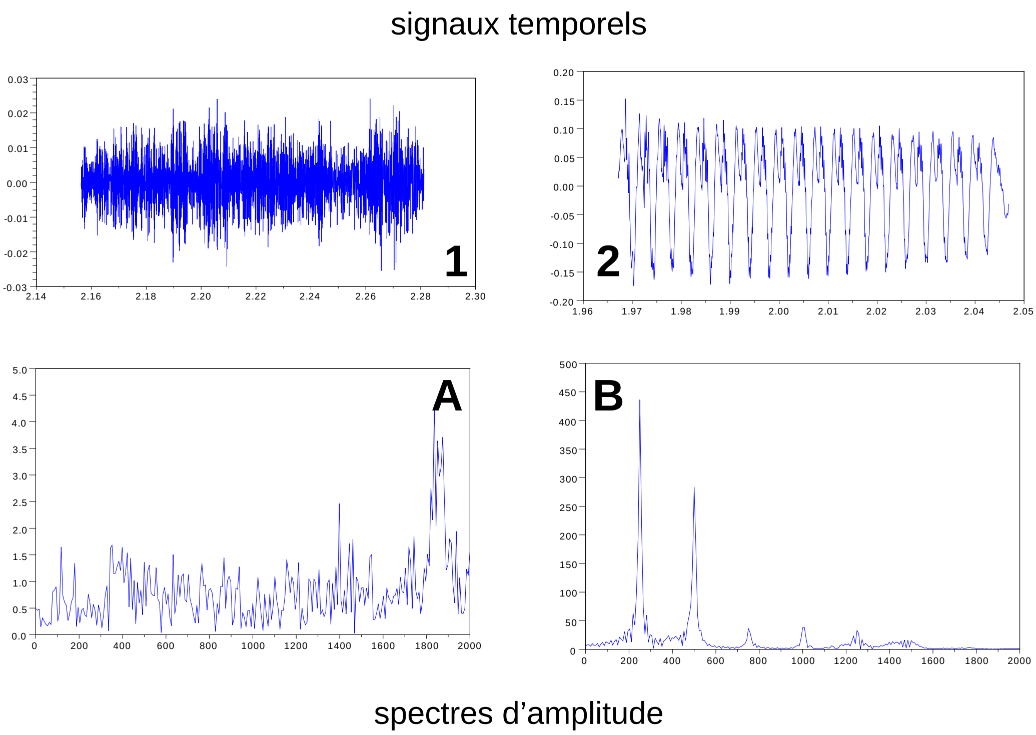


FIGURE 1 – Appariement signal / spectre.

b) Dans une transmission par modulation de porteuse, quel est l'effet d'un déphasage entre les porteuses de réception et d'émission sur le signal démodulé ?

c) Soit le spectre d'amplitude représenté sur la figure 2, nul en dehors de l'intervalle $[0; \nu_0]$.
— Pourquoi ne peut-il être celui d'un signal réel ?
— Pourquoi ne peut-il être celui d'un signal échantillonné ?

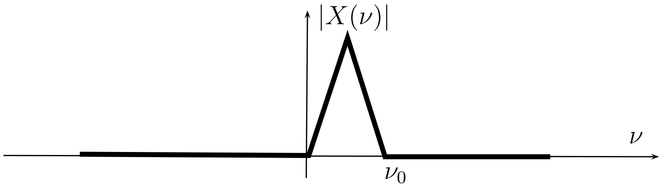


FIGURE 2 – Un étrange spectre d'amplitude.

d) On peut reconstruire parfaitement un signal $x(t)$ à partir de sa version échantillonnée $x[n]$ selon la formule :

$$s(t) = T_e \sum_{n \in \mathbb{Z}} s[n] \mathrm{sinc}(\pi \nu_e t - \pi n)$$

Pourquoi cette formule est-elle difficilement utilisable en pratique ? (2 raisons)

2 Questions de cours Image (7 points)

NB : Ces questions appellent des réponses assez courtes, mais clairement justifiées.

a) Qu'est ce que l'échantillonnage d'une image ?

b) Qu'est ce que la quantification d'une image ?

c) À quelles résolutions d'une image ces notions sont-elles liées ?

d) Expliquez le phénomène d'aliasing en 2D.

e) Donner la définition de l'histogramme ? de l'histogramme normalisé et normalisé cumulé ?

f) En quoi l'histogramme constitue-t-il un outil de caractérisation de luminance/contraste d'une image ?

3 Exercices signaux 1D

Rappel : Toutes les réponses doivent être clairement rédigées et justifiées.

3.1 Échantillonnage (3,5 points)

Pour certaines applications comme la réduction de bruit ou le codage, on applique aux signaux audio un traitement différencié par bande de fréquence. A cet effet, le signal est décomposé en N signaux à bande étroite par un banc de $N-1$ filtres passe-bande et 1 filtre passe-bas, selon le schéma de la figure 3.

On considère ici une décomposition en 4 sous-bandes et un signal de spectre triangulaire s'étendant sur une bande limitée $[-B; B]$. Le signal $x_3(t)$ de la 3ème bande a ainsi le spectre d'amplitude représenté sur la figure 4.

a) D'après le théorème de Shannon, quelle fréquence d'échantillonnage permet un échantillonnage sans perte d'information sur la 3ème bande ?

b) On échantillonne $x_3(t)$ à la fréquence d'échantillonnage $B/2$. Tracer le spectre d'amplitude du signal échantillonné, noté $X_3^e(\nu)$. Comment peut-on récupérer l'information du signal x_3 original ?

c) Chaque bande subit, après l'échantillonnage, un traitement numérique qui nécessite K opérations par échantillon. Quel est l'intérêt de la réduction de la fréquence d'échantillonnage ?

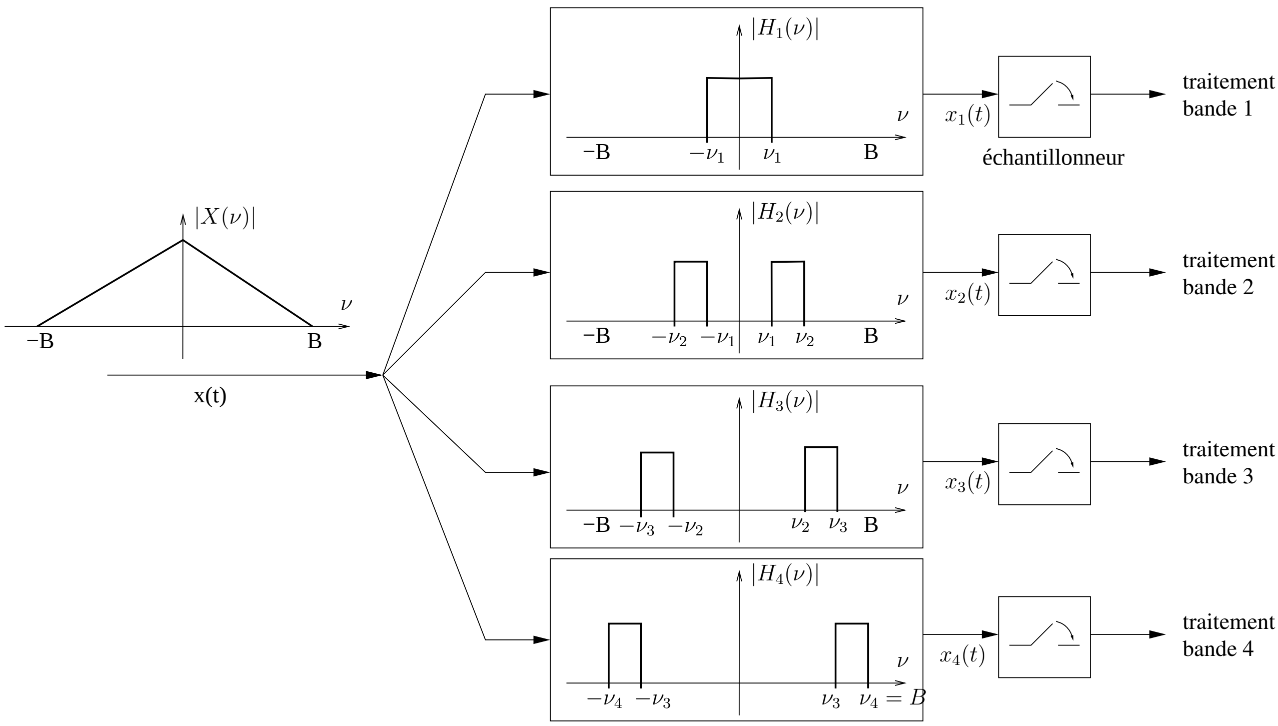


FIGURE 3 – Traitement d'un signal par sous-bandes.

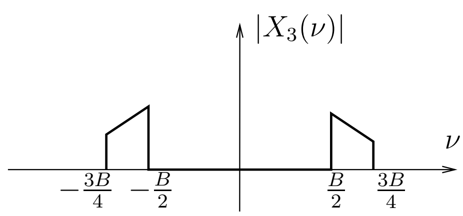


FIGURE 4 – Spectre d'amplitude du signal de la 3ème bande.

3.2 Cryptage du son (4 points)

On souhaite réaliser un système de cryptage du son proche de celui utilisé par Canal+ : pour un signal de spectre borné, il s'agit de permuter la partie positive et la partie négative du spectre, comme indiqué sur la figure 5. Le son devient alors incompréhensible et peut être décrypté par l'opération inverse.

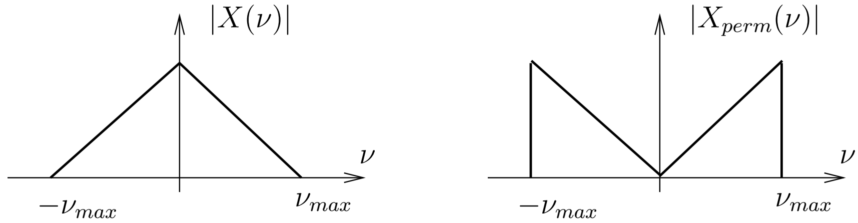
a) Montrer que pour tout signal $x(t)$ de transformée de Fourier $X(\nu)$,

$$\mathrm{TF}[x(t)cos(2\pi\nu_0 t)] = \frac{1}{2}X(\nu - \nu_0) + \frac{1}{2}X(\nu + \nu_0)$$

b) En multipliant le signal par une sinusoïde puis en filtrant le résultat par un filtre passe-bas, on peut réaliser la permutation fréquentielle représentée sur la figure 5. Expliquer comment, en illustrant votre explication par des figures.

On rappelle qu'un filtrage passe-bas de fréquence de coupure ν_c se traduit, dans le domaine fréquentiel, par l'annulation du spectre du signal au-delà de la fréquence ν_c et en-deçà de $-\nu_c$.

c) Comment alors décrypter le son ?



Spectre d'amplitude du signal original *Spectre d'amplitude du signal crypté*

FIGURE 5 – Permutation spectrale.

4 Formulaire

Transformée de Fourier :

$$\mathrm{TF}[x(t)] = X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu t}\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{TF}^{-1}[X(\nu)] = x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\nu)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu t}\mathrm{d}\nu$$

$$\mathrm{TF}[s(t-a)] = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\nu a}S(\nu)$$

$$\mathrm{TF}[s(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu_0 t}] = S(\nu - \nu_0)$$

$$\mathrm{TF}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\nu_0 t}] = \delta(\nu - \nu_0)$$

Reconstruction parfaite d'un signal :

$$s(t) = T_e \sum_{n\in\mathbb{Z}} s[n]\mathrm{sinc}(\pi\nu_e t - \pi n)$$

Formule de Poisson :

$$S_e(\nu) = \nu_e \sum_{k\in\mathbb{Z}} S(\nu - k\nu_e)$$