Correction de l'examen du 3 mai 2018

2.1 Codage de canal

a)

mots de code	p_H	$d_H(r, c)$
000000	0	3
001011	3	3
010101	3	2
011110	4	4
100110	3	2
101101	4	1
110011	4	3
111000	3	4

La distance minimale est le plus petit poids de Hamming non nul, soit 3

b) On indique dans le tableau ci-dessus la distance de Hamming $d_H(r, c)$ entre r et chaque mot de code c

Le mot le plus proche est $101101 = \hat{c}$

Le code a un pouvoir de correction $\left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor = 1$, qui est $\geq d_H(r, \hat{c})$. Donc le décodage est fiable.

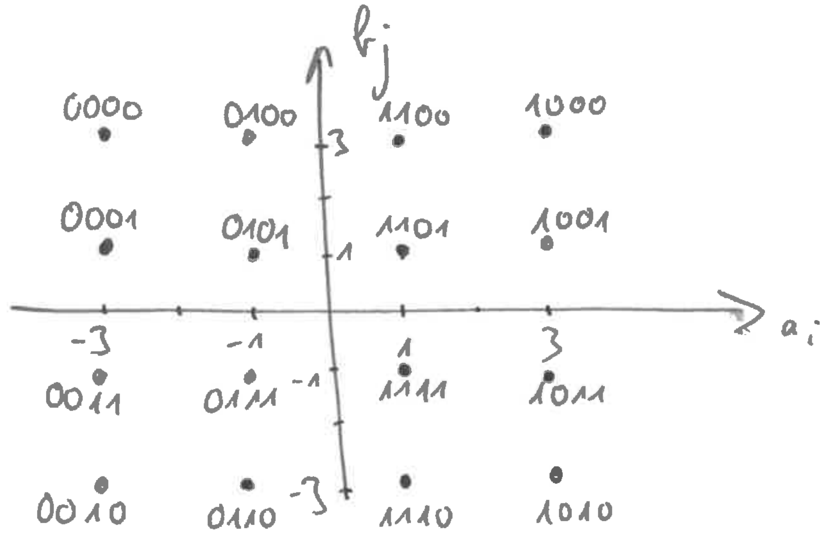
2.2

a) La démodulation consiste à

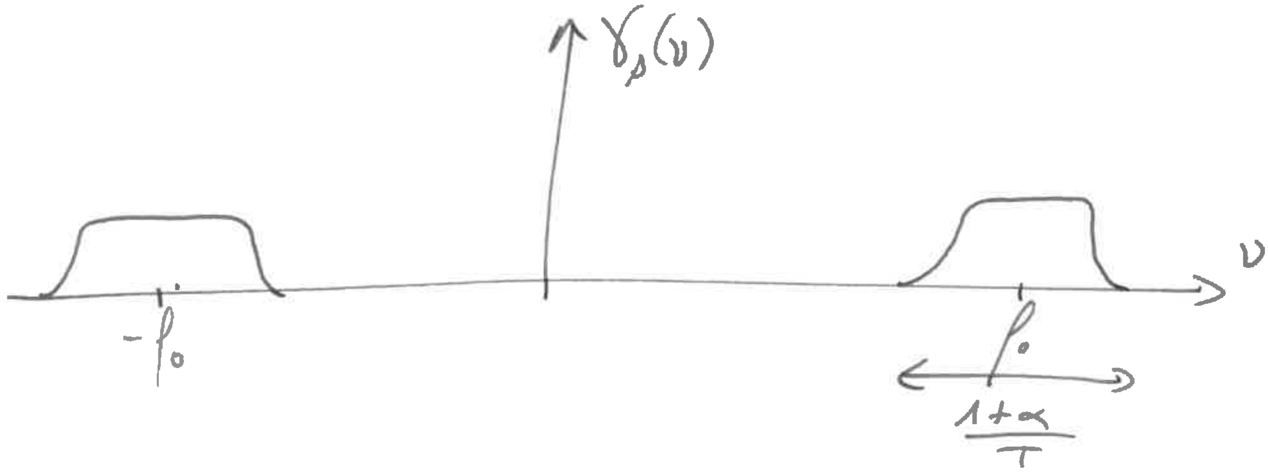
1) multiplier le signal par $\cos(2\pi f_0 t)$ sur une voie, par $\sin(2\pi f_0 t)$ sur l'autre voie

2) appliquer un filtrage passe-bas sur chacune des voies, de fréquence de coupure la fréquence max du modulant

b)



c)



d) $\dfrac{1+\alpha}{T} \leq B$ avec $T = 4T_b = \dfrac{4}{D}$

$\dfrac{D(1+\alpha)}{4} \leq B$

Donc $D_{max} = \dfrac{4B}{1+\alpha} = \dfrac{4 \times 0{,}4 \cdot 10^6}{1{,}6} = 1\ \text{Mbit/s}$

Comme le codeur de 2.1 a un rendement $\frac{1}{2}$, $D_u = \frac{D}{2} = 0{,}5$ Mbit/s

2.3 a) Évènement erreur $= \bigcup_{\{i,j\}} \left\{ (S_{ij}, \overline{R_{ij}}) \right\}$

Donc $P_{es} = \sum_{i,j} P(\overline{R_{ij}} \cap S_{ij})$

$= \sum_{i,j} P(\overline{R_{ij}} | S_{ij}) P(S_{ij})$

$= \dfrac{1}{16} Q\left(\dfrac{E_b}{N_0}\right) \sum_{i,j} K_{ij}$

Comme K_{ij} vaut 2 pour 4 symboles, 3 pour 8 et 4 pour 4, $\sum K_{ij} = 48$, donc $P_{es} = 3\,Q\left(\dfrac{E_b}{N_0}\right)$

Grâce au codage de Gray, une erreur sur 1 symbole se traduit par une erreur sur 1 seul de ses 4 bits

Donc $P_e = \frac{P_{eS}}{4} = \frac{3}{4} Q\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$

b) D'après la fig. 5, $P_e < 10^{-3} \Leftrightarrow \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{dB} \geq 11$

D'après la fig 4, cela signifie $D \leq 8.10^5$ bit/s

i.e. $D \leq 0{,}8$ Mbit/s

En tenant compte de la contrainte calculée en 2.2, $D_{max} = 0{,}5$ Mbit/s