Codage du canal en bloc

a) $\forall c$ le mot de code émis, $s = (c+e)H^T = eH^T$
où e est le vecteur erreur.

e	→ s	conversion en décimal
100 0000	001	1
010 0000	010	2
001 0000	011	3
000 1000	100	4
000 0100	101	5
000 0010	110	6
000 0001	111	7

À chaque position d'erreur correspond 1 syndrome ≠
→ le syndrome permet de connaître cette position donc de corriger l'erreur.
Syndrome exprimé en base 10 = position de l'erreur.

b) Syndrome = mot de 3 bits = eH^T avec $e \in \{0,1\}^7$
Donc 2^3 syndromes possibles
= 1 pour $e \equiv 0$ et 7 pour e avec 1 seul 1
À chaque syndrome correspond un et un seul e avec 0 ou 1 bit à 1
Donc impossible de corriger + que 1 erreur

c) $s = 110\ 1111 \times H^T = 011 = 3$: erreur en 3e position
→ $c = 111\ 1111$

Codage de canal convolutif

a) $00 \xrightarrow{00} 00 \xrightarrow{10} 10 \xrightarrow{01} 01 \xrightarrow{01} 10 \xrightarrow{11} 11$

Sortie = 00 10 01 01 11

b) 0....0 en entrée $\longrightarrow$ 0....0 en sortie du codeur

Si le canal introduit une erreur binaire aux positions 1, 3 et 4,

on reçoit : 10 11 00 0,

ce qui correspond à :
$$\begin{tikzcd} 00 \arrow[r, "10"] & 10 \arrow[r, "11"] & 11 \arrow[loop right, "00"] \end{tikzcd}$$

Cette séquence sera à distance 0 de la séquence reçue dans le décodage

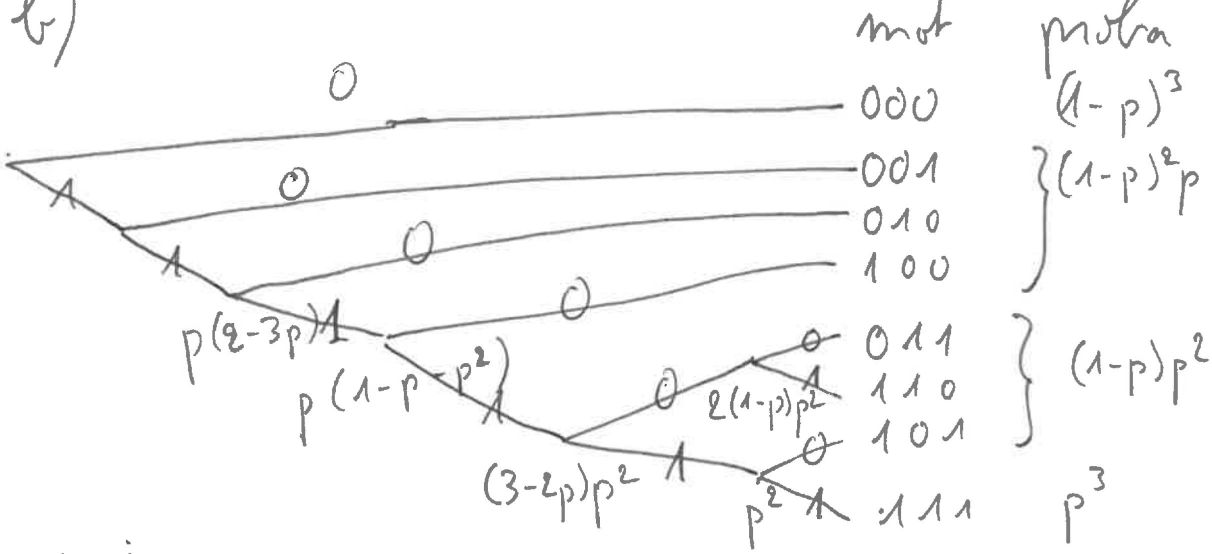
On décodera donc 1....1

Codage de source

a) Source sans mémoire $\to H(X^3) = 3H(X) \simeq -3p\log_2 p$

Nombre de bit / e.b. $= \frac{H(X^3)}{3} = -p\log_2 p$

b)



c) Longueur moyenne

$$L = (1-p)^3 + (2+3+4)(1-p)^2p + 3\times 6\times(1-p)p^2 + 6\times p^3$$

$$\simeq 1 - 3p + 9p = 1+6p$$

d) $\eta = \frac{H(X^3)}{L} = \frac{-3p\log_2 p}{1+6p}$

On a presque triplé l'efficacité