

Probabilités et Statistique pour l'Informatique - Licence MIA 2e année
Examen partiel du 10/11/2014 - Durée : 1 heure 30

Exercice 1 On considère un sac contenant r boules rouges et n boules noires, indiscernables au toucher.

1. On tire plusieurs fois de suite une boule du sac, **avec remise**, jusqu'à obtenir une boule rouge. On note X le rang d'apparition de la première boule rouge.
 - (a) Déterminer la loi de X .
 - (b) Donner l'espérance de X .
2. Dans cette question on pose $r = 8$ et $n = 2$. On tire plusieurs fois de suite une boule du sac, **sans remise**, jusqu'à obtenir une boule rouge. On note Y le rang d'apparition de la première boule rouge.
 - (a) Déterminer la loi de Y .
 - (b) Calculer l'espérance de Y .

Exercice 2 On dispose de deux dés équilibrés à 6 faces, l'un blanc et l'autre noir.

1. On effectue 10 lancers avec le dé blanc et on note X le nombre de 4 obtenus. Donner la loi de X , son espérance et sa variance.
2. On lance une fois le dé noir et une fois le dé blanc ; on note Y_1 le résultat du dé noir et Y_2 celui du dé blanc.
 - (a) Donner l'espérance de $Y_1 + Y_2$.
 - (b) Calculer la loi de $Y_1 + Y_2$.

Exercice 3 Soit

$$f(x) = \begin{cases} c(1 - x^2) & \text{si } x \in [-1, 1], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Calculer la constante c pour que f soit une densité de probabilité d'une variable aléatoire réelle X .
2. Calculer l'espérance et la variance de X .
3. (**Bonus**) Comparer ces valeurs avec l'espérance et la variance d'une variable aléatoire uniforme sur le même intervalle $[-1, 1]$. Commenter.

Exercice 4 Dans une usine, deux machines A et B fabriquent des couteaux suisses. Une partie de la production de chaque machine est défectueuse. La probabilité qu'un couteau issu de la machine A soit défectueux est de 0.06 et celle qu'un couteau issu de B soit défectueux est de 0.16. Tous les jours, de façon indépendante, on inspecte la production de l'usine en prélevant un couteau, issu soit de A , soit de B . La probabilité d'inspecter un couteau issu de A est de 0.6.

1. Chaque jour, quelle est la probabilité de prélever un couteau défectueux ?
2. Le lundi, on prélève un couteau et on constate qu'il est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne de A ?
3. On décide d'arrêter la production de l'usine à partir du moment où, deux jours de suite, on prélève un couteau défectueux. Calculer les probabilités des événements suivants :
 - (a) C = "la production s'arrête dès le deuxième jour".
 - (b) D = "la production s'arrête le troisième jour".
 - (c) E = "la production dure au moins cinq jours".